

経済循環モデルの制御工学的解析

ANALYTICAL STUDIES OF CONTROL ENGINEERING ON THE ECONOMIC CYCLE MODELS

政治経済学研究科経済学専攻
昭和39年博士課程単位取得

水 上 健 造
MIZUKAMI KENZÔ

目 次

- | | |
|--------------------|----------------|
| 1. 経済循環モデルと制御工学の概念 | 2-3 線型循環モデル |
| 2. 経済循環モデルの制御工学的表示 | 2-4 非線型循環モデル |
| 2-1 モデルの設定とブロック線図 | 3. 制御工学的解析法の効用 |
| 2-2 ケインズ均衡基本モデル | |

1. 経済循環モデルと制御工学の概念

産業革命がすすむにつれて、慢性的な不完全雇用と、循環現象に深刻な影響をおよぼし、われわれの社会構造と伝統とを形成し、人間関係にさえ特色づけてきたのである。そして不況の循環性やそれからくる、経済機構の不安定性は現在の時点においても安定した経済生活を営みうるかどうかということは、まだ十分に保証されていないが、これが保証され、また世界全体がこれを事実として認めるようになることは極めて重要な問題である。

それについてやされた経済学者の研究は龐大なもので、先ず着目しなければならぬものに理論モデルの設定がある。景気循環は経済の不安定機構というかたちで理解され、この不安定系は非線型性をもつ攪乱因子の影響を受けているとしている最近の理論および、この攪乱因子が不規則な時系列を仮定した上で、過去の景気循環に統計的推測法を応用し、それによってできるだけ最良の線型系を見出そうとした理論等は、互いに見解を異にするが、しかし最近の経済学での主たる問題は非線型の関係が決定的な役割を果たしている。

好、不況の交替的リズムをもって反覆持続される。その規則性を裏付ける理論として先の不規則衝撃波の理論と非線型循環論が代表的であるが、これ等モデルの相違いかんを問わず、主題にした経済モデルは、若干の工学体系と類似しているため、工学界でのフィードバック理論とその実践における急速な発展が、なんらかのかたちで経済問題の解決に寄与するという理念から、その接近の妥当性を主張するものである。

フィードバック (feedback) が自動制御系の一般的理論を形成するものとして、産業機械の自動制御や、生体工学および社会科学上の諸問題に関係が深いことはあまりにもよく知られている。なかでもその

包含している情報理論や自動制御理論の諸分野は制御を主とする研究者にとって無限の宝庫を秘めている。経済が循環性をもっているのは、社会現象のさまざまな変化に応じて、常に最適な応答を果そうとする本質的な性質のためであり、われわれはこれをフィードバック効果によるものであると提起する。

フィードバック理論は元来、工学方面の分野で進展し、自動制御の概念を有することは先に言及した通りである。その起源についての明確な史述は知られていないが、17世紀オランダのホイヘンス（Christiaan Huygens）により考案された遠心錘調速機が最初と思われるが、数年後イギリスのワット（James Watt）が蒸気機関の改良に使用している。この時代は産業革命期として、経済的にもさまざまな問題を提起していることは周知のごとくである。当時自動制御という用語はまだ用いられていないが、そこには、今日あらゆる分野に進展してきたフィードバック理論の黎明がみられるのである。

この機械の出現は経済的には人間労働と同等もしくはそれ以上の性能を持ち、これが失業を醸成する原因となったことは明白である。今日、自動制御理論は完成期に入り、その実践の段階にきている。今日の不況からみれば、1930年代の不況はさほど深刻なものではなかった。今日の不況の多くは産業を破滅に落とし、新興の工業を利用した諸産業すらも破壊に導くであろう。

かくして、フィードバックによる革命は両刃の剣である。それを適切に利用するとすれば、人類の福祉に貢献することができよう。しかしながら、われわれがそれを伝統的行動の明々白々たる線に沿って進み、進歩と第5の自由—搾取の自由—との伝統的礼讃をつづけるなら、破滅と絶望に直面しなければならないであろう。もちろん、これはフィードバック理論が完全に実践された場合のことである。しかし本稿ではフィードバック理論を経済循環の解明の武器として関連づけるようとするものであり、自動制御が経済問題に及ぼす影響は強く認識されるが、ここでは割愛する。

経済循環の制御構造の使命として考えられることは、生産部門と消費部門との流通を円滑ならしめることである。すなわち両部門を均衡化せしめることである。實際上、この両部門を制御するメカニズムは、在庫品の調節がその基調となる。同時に価格操作が行なわれることにもなる。これ等は先進国ほど、その錯綜は高度化し、社会全体が複雑なメカニズムとなる。後進国ほどメカニズムは単調である。しかし人類は先進、後進国のいかに問わず、環境に適合した経済生活を営んでいる。ゆえにそこに欲望と現実との乖離、及び生産と消費の不均衡等が均衡点に収斂する過程において循環現象が生ずるのである。

シュビートホフによれば、経済学者が現実を観察し確認した循環は7年から11年の周期をもっており、またハンセンによれば平均8年の周期が認められている。このように歴史的、経験的事実から、一定の周期平均10年（Juglar Cycles）が抽出され、しかもその循環が消滅せず規則的持続性のあることが確認されている。理論家がこの規則性を具備した循環を生む経済的メカニズムの探究に、その関心を払ったのは当然といわなければならない。この循環現象は、工学でのフィードバック機構や巧みに制御されている生体の制御機構に匹敵しうるものである。すなわち人間の経済行為は巧妙に制御されている一種の自動制御と考えることができる。

このような経済活動の周期的な好、不況は、フィードバックによる振動的な動きに相当する好例である。ケインズは「一般理論」において、経済活動の一般的水準を決定する本質的な機構について、説明を

与えている。その際、制御システムの理論に現われる用語を使ったわけではないが、ケインズのモデルは、種々の点で工学及び生体の制御の型に、そのまま妥当するのである。これを本稿ではケインズの制御機構と命名したい。

われわれはここでケインズ体系の 2, 3 のモデルについて、フィードバック的立場から解説をするものである。このケインズ体系のフィードバック機構は数年前から、経済学者及び工学者の注意を引き始め、前述のごとく、理論モデル、または景気循環の過程がフィードバックと呼ばれる機構で制御されていると仮定した場合の計算機アナログ結果が報告されている¹⁻³⁾。フィードバックは自動制御理論において重要な概念であり、それはいずれも負値のフィードバック (negative feedback) が主なものである。これは error control system と呼ばれる自動制御装置に結びつけて考えられるからで、工学ではこの概念が普遍化している。しかしタスティンも指摘しているように経済理論の重要な部分はむしろ正值のフィードバック (positive feedback) である⁴⁾。負値のフィードバックとは、結果の増大が原因を減少させるフィードバックの仕方をいう。逆に結果の増大が原因を増大させる場合が正值のフィードバックである。

景気変動が規則的な循環を生み出すメカニズムの証明に非線型理論が圧倒的支持を得て受入れられている。この非線型が正值のフィードバックである。この理由からタスティンが考えたように経済の総ての部分が正值のフィードバックを持ったメカニズムであるといっても過言ではなからう。またこの正值のフィードバック機構は不安定である。ゆえに三段論法式に経済機構は常に不安定な要素を持っているといえるゆえんであり、非線型が持つ特質たる循環が持続するのである。しかし経済機構の中に負値のフィードバックを一切認容しないというのではない。個別的、あるいは静態論的には線型の機構を否認する訳にはいかないが、しかし線型理論は現実の経済機構を説明するのに充分なる説得力を持っていないことを付言しておこう。

最後に自動制御的分析法の最も重要と思われる論点を列挙すれば次のとおりである。

1. ブロック線図 自動制御問題を理論的に扱うには、ブロック線図 (block diagram) を画くのが常識である。これは系の信号伝達、すなわち経済機構の流通経路、又は情報伝達経路を示すもので、理論モデルの設定に相当する記号的表現である。
2. 安定度の決定 制御系に要求される最も重要な要所の一つである。それは経済機構で一定水準や攪乱が急激に変化することにより機構の制御状態が乱されても、攪乱がやんでしまった後、もとに戻ることである。これが持続振動をしている系は不安定な系と考えられ、それは先に指摘したごとく非線型性で決まる持続振動を発生するのが通例である。
3. アナログ計算機やシミュレーターへの適用
4. 安定にするためのフィードバック・ループの添加

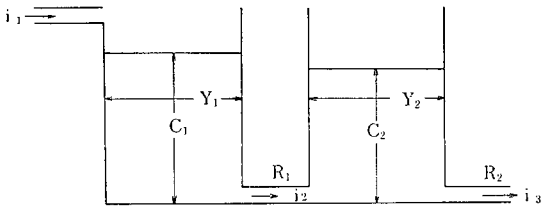
以上、制御工学的分析方法を適当に駆使することは、経済循環モデルをますます抽象的ならしめるどころではなく、ますます現実的で複雑な仮説を利用し、分析を行なうことを可能ならしめる一つの強力な解決法として役立つものと考ええる。

- 1) R. H. Strotz, J. C. Mcanulty and J. B. Naines, "Goodwin's non-linear theory of the business cycle, an electro-analog solution" Econometrica vol. 21. No. 3 July. 1953, pp. 390~411.
- 2) N. F. Moorehouse, R. H. Strotz and S. J. Horwitz An electoro analogue method for investing problems in econmic. dynamics : inventory osillations, Econometrica vol. 18. 4 Oct. 1950, pp. 313~328.
- 3) 拙稿：アナログ装置による経済モデルの分析, 昭和35年, 電気学会論文集 p. 418.
- 4) A. Tastin, The mechanism of economic systems 1953, p. 8.

2. 経済循環モデルの制御工学的表示

1-2 モデルの設定とブロック線図 加速度原理は、景気循環分析の武器としてその重要性が広く認識されている。それは消費変動の領域から投資変動にかんする知識を認識せんとするもので、消費の周期的変動は、投資への周期的変動を生むものとしてとらえることができる。

他方、ケインズは「一般理論」の中で、純投資がいかにして所得と消費のうえに波及し、それらに及ぼす乗数効果を説いている。つまり乗数理論がそれである。これは投資変動の知識を基に、需要変動にかんする知識を得んとするものである。実際の景気循環は加速度原理と乗数の綜合作用として循環的運動を引き起すものと考えられる。



第1図 仮定による加速度一乗数総合モデル

i_1 =投資, i_2 =有効需要, i_3 =誘発投資, Y_1, Y_2 =所得函数, C_1, C_2 =消費函数
と定義した場合の制御工学的表示は,

$$i_2(t)=\alpha\rho[C_1(t)-C_2(t)]=\frac{C_1(t)-C_2(t)}{R_1}\cdots\cdots(1)$$

但し α =比例定数, $R_1=\alpha$ と ρ をまとめて $R_1=1/\alpha\rho$ と置いた比例定数であり、加速度一乗数の総合モデルの流通に対する抵抗の大きさを表わす。

同様にして加速度原理における、流通に対する抵抗を示す定数を R_2 とすると、

$$i_3(t)=\frac{C_2(t)}{R_2}\cdots\cdots(2)$$

乗数モデルで単位時間に対する、消費量は $i_1(t)-i_2(t)$ であり、この増加の割合 dc_1/dt は

$$\frac{dc_1(t)}{dt}=\frac{i_1(t)-i_2(t)}{Y_1}\cdots\cdots(3)$$

加速度モデルにおいては

$$\frac{dc_2(t)}{dt}=\frac{i_2(t)-i_3(t)}{Y_2}\cdots\cdots(4)$$

これらの式の伝達要素のブロック線図を画くために、初期値をゼロにしてラプラス変換し、伝達函数を求めると次の(5)~(8)式になる。

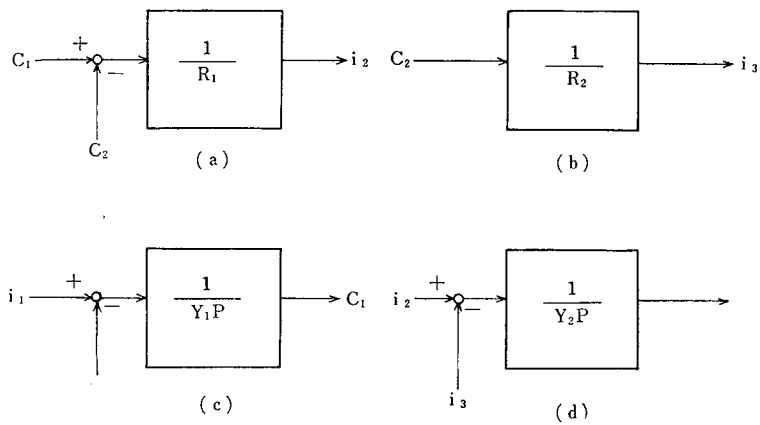
$$L[i_2(t)] = \frac{1}{R_1} \{ L[i_1(t)] - L[i_2(t)] \} \dots\dots\dots (5)$$

$$L[i_3(t)] = \frac{1}{R_2} L[i_2(t)] \dots\dots\dots (6)$$

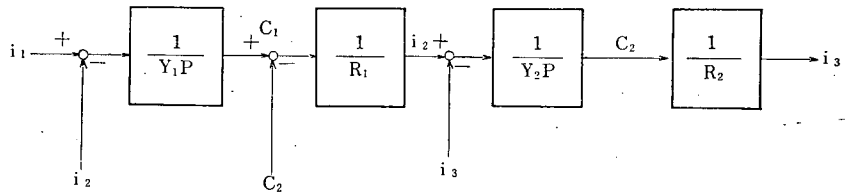
$$L[C_1(t)] = \frac{1}{Y_1 P} \{ L[i_1(t)] - L[i_2(t)] \} \dots\dots\dots (7)$$

$$L[C_2(t)] = \frac{1}{Y_2 P} \{ L[i_2(t)] - L[i_3(t)] \} \dots\dots\dots (8)$$

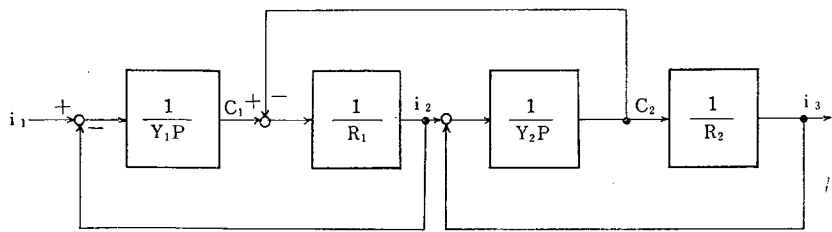
上記(5)~(8)をあらわすブロック線図はそれぞれつぎの第2図(a),(b),(c),(d)のようになる。



第2図 部分的ブロック線図

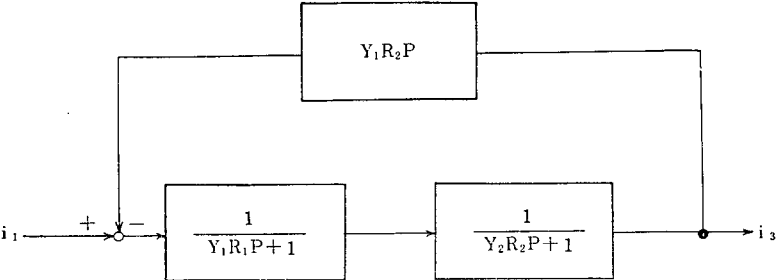


第3図 一方向統一ブロック線図

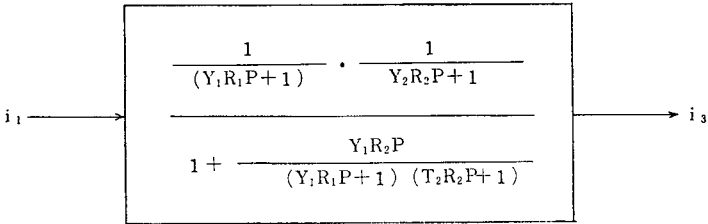


第4図 各加合最終ブロック線図

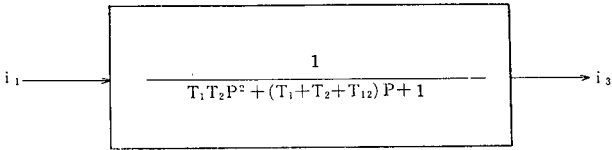
ブロック線図が出来たら等価変換して、その後、理論的考察や検討を容易にする。ブロック線図を作る際にその目的をはっきり念頭に描いて、同様に等価変換する際に同じことがいえる。すなわち可能な近似手段を取ったり、その主題に沿った等価変換の結果をもつことが出来る。第5～7図は等価変換の整理手順である。



第 5 図



第 6 図



第 7 図

但し $T_1=Y_1R_1$, $T_2=Y_2R_2$, $T_{12}=Y_1R_2$

以上で加速度原理と乗数の総合による循環モデルのブロック線図を画いた。ブロック線図は、自動制御系の中での信号伝達のありさまを表わす線図であって、経済システムの直接のコピーたるモデルとは大きな差異が存在することを認識しなければならぬ。従って当然ブロック線図から得られる知識のみで、実際のモデルを作りあげることはできない。さらにいえば、ブロック線図は信号の伝達のみを示すが、モデルは更にエネルギーの伝達も表示していることに注目されたい。

なお、今日のすべての景気循環論者は、経済システムの非線型が循環の持続性を説明するのに重要であり、かつ必要であることを認識している。線型を仮定したモデルからは循環の説明には不適当であるにもかかわらず、あえて線型モデルを仮定した理由は自動制御理論を駆使して、そこに要求される最も重要な性質たる「安定」という問題を吟味せんがためである。ここに示したごとき極めて単純化されたモデルに当然付随する諸制限は、これを看過すべきでない。殊に消費函数と貯蓄性向を比例常数又は定数と仮定しているが、実際には所得の水準に従って変動する非線型函数である。だが一般の観念とは逆に、自動制御

2-2 ケインズ均衡基本モデル ケインズ「一般理論⁵⁾」の経済システムについてのフィードバックを示したものにA.タスティンのモデルがある。このモデルは所得を中心に、一方は消費財に対するループを考えており、他方は資本財に対するループを考えている。この両者共閉じたループを通して、所得の大きさによって決まる。ケインズは、この二つのループの関係や、全所得からこのループに流れ込む貨幣の流れをきめる要因に特別の関心を持つのである。その理由は、資本財ループでは比較的少ない変化でも、

すなわち、 K は消費性向を表わし、 $F_1(t)$ は投資の決定と資本財の購入間の時間遅れを示す。 N_1 、 N_2 は失業がゼロになる場合の生産の増加を減らす非線型関数である。またそれぞれの経済量は \square によって表わされ、その依存関係が矢印によって示めされている。

このようなフィードバック的方法で経済モデルを表わすと、そのシステムの中に従属関係をもった閉じた関係があるかどうかを即時に見分けうる利点がある。このフィードバック回路は、一連の

原因と結果の相互依存関係がそれ自身で完結していることがわかる。

2-3 線型循環モデル この線型循環モデルはカレッキの「巨視的経済システムの景気循環⁷⁾」に展開されたモデルを指している。カレッキ・モデルはつぎの4つの構造方程式でしめされている。

$$L(t) = I(t - \theta) \dots\dots\dots (9)$$

$$A(t) = -\frac{1}{\theta} \int_{t-\theta}^t I(\tau) d\tau \dots\dots\dots (10)$$

$$K'(t) = L(t) - u \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$I = m(C_1 + A) - nK \quad \dots\dots\dots (12)$$

但し $L(t)=t$ 時点における資本財引渡し速度

$I(t)=t$ 時点における投資速度

$A(t)=t$ 時点における資本財生産率

K' = 既成資本財増加, u = 減価消却

K = 資本財の総量, C_1 = 資本家の個人消費,

θ = 資本財の懐妊期間, m, n = 比例因子

カレッキはこの微分定差混合方程式を解くことによって、景気循環の説明にあてたのである。すなわち循環性発生の条件は

$$m + \theta n > e^{m-1} \dots \dots \dots (13)$$

で示される。

カレッキ・モデルでは m, n, θ の3つの構造的パラメーターが景気循環を説明する重要性をもっている。しかしながらカレッキ・モデルはもともと線型を仮定しているので、安定的な減衰系である。第9図は線型循環モデルのカレッキ体系をブロック線図で示したものである。一連の原因と結果の相互依存関係を表わす記号は前節のケインズ均衡基本モデルの場合に準ずる。

さらにカレッキ・モデルの循環の周期はつぎの式から求められる。

$$T = 2\pi\theta/y \dots \dots \dots (14)$$

ただし、

$$n = (m-1) \frac{u}{K} + m \frac{C_1}{K} \dots \dots \dots (15)$$

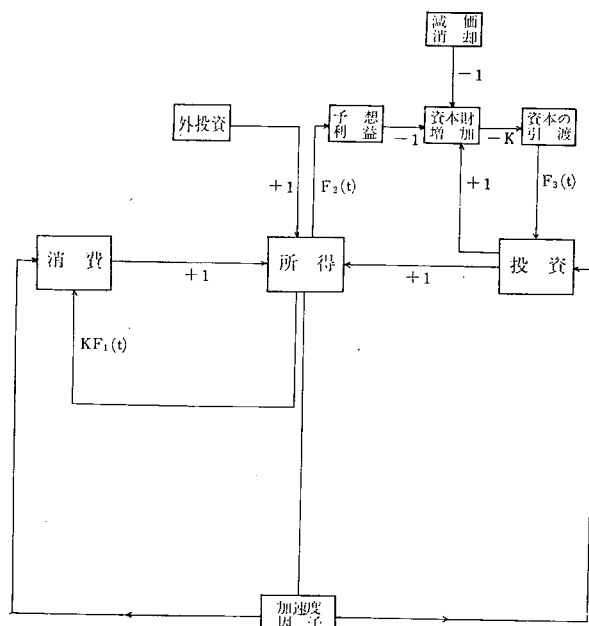
$$\cos y_1 = \frac{m}{m + n\theta} \dots \dots \dots (16)$$

カレッキが1922年のアメリカ合衆国の経済統計から計測した結果では、経済循環の周期は平均10年が算出されている。ただし、国民所得 $K=120$, 減価消却費に相当する分が $u=60$ とし、企業家消費 $C_1=16$ とした場合である。すなわち上記数量から $\theta=0.6$, $u/K=70/120=0.5$, $C_1/K=16/120=0.13$ になるので $m=0.95$, $n=0.121$, $y_1=0.378$ となる。それゆえに循環の周期は第14式に各経済量を代入すると

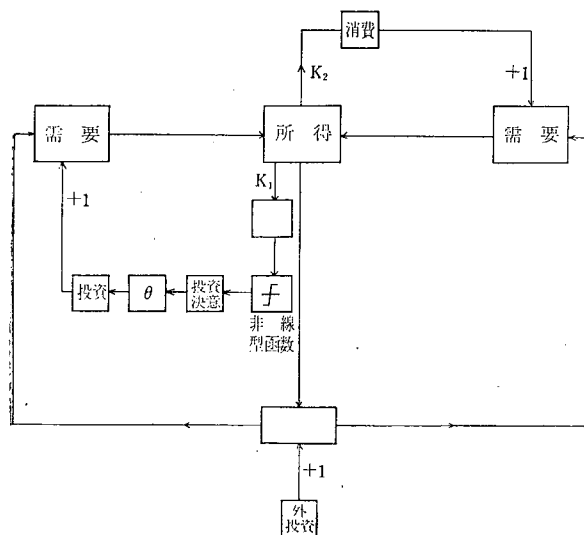
$$T = \frac{2\pi}{y_1} \theta = \frac{2\pi}{0.368} 0.6 = 10.0 \quad \text{ただし単位は milliard dollars}$$

なほ筆者は第9図のカレッキ・モデルを電氣的シミュレーションによって解析した結果⁸⁾によると、モデルの循環的周期は1サイクル10年が確認できた。またシステムの不安定性の要素としては θ が大きくなるほど不安定性を増大する結果を生み、 m, n が大なるほど不安定となる。なお m の変化は安定の度合に影響し、 n の変化が周波数に影響あることがわかった。

第9図のカレッキ・モデルにおける消費部門のループはカレッキの論文になかったが、あとで、Smith と Erdlez 等によって付加されたものである⁹⁾。このループの意味することは、消費における社会的なポジティブ・フィードバックを表わすものである。すなわち消費者が国民所得に応じて貯蓄せずにその消費を増大させる限り、振動の振幅を甚しく増大し、振動性を生ぜしめる原因となる。



第9図 M. Kalecki 博士の線型動態モデルにおけるブロック線図



第10図 R. M. Goodwin 博士の非線型加速度原理におけるブロック線図

2-4 非線型循環モデル 線型モデルでは、循環が規則的な持続性をもつのは経済システムの外部から不規則な衝撃が連続函数として、システムに与えるものとしたのに対して、その循環の持続性を保証するメカニズムがシステムの内部に潜んでいると主張したのがグッドウィンである。本節では、グッドウィンの論文「非線型加速度因子と景気循環の持続¹⁰⁾」における要所を紹介するものである。

この非線型モデルの構成は消費行動を示す式と投資行動を示す2つがモデルの特徴である。

$$C(t) = \alpha Y(t) - \epsilon Y(t) + C_0(t) \dots\dots (17)$$

$$I(t) = \phi[Y_t - \theta] \dots\dots\dots (18)$$

ただし $C(t)$ = t 期の消費量, $Y(t)$ = t 期の所得量, $C_0(t)$ = 消費支出の自発的成分, α = 限界消費性向, ϵ = 消費と所得のラグ, $I(t)$ = t 期の投資量, ϕ = 非線型加速度係数, θ = 投資ラグ + 迂回生産期間を示すパラメーター

このシステムは加速度原理と投資乗数との綜合したシステムであることは明確である。非線型システムの第一義的な特徴は、規則的な循環が生ずることである。第10図はグッドウィンの非線型循環モデルのブロック線図である。線図にしている記号はケインズ均衡基本モデルに準ずる。

- 5) J. M. Keynes, The general theory of employment, interest and money, Macmillan, 1936 (塩野谷九十九訳「雇用利子および貨幣の一般理論」東洋経済新報社)。
- 6) A. Tustin, An engineers view of the problem of economic stability and economic regulation, Rev. Econ. Studies, Vol. xix (2) No. 49, 1951, p. 86.
- 7) M. Kalecki, A macrodynamic theory of business cycles. Econometrica, 1935, pp. 327~344.
- 8) 拙稿, 前掲論文, p. 418.
- 9) Smith and Erdley, An electronic analogue for an economic system. Electrical Engineering, April 1952 p. 362.
- 10) R. M. Goodwin, The non-linear accelerator and the persistence of business cycles, Econometrica, Vol. 19, (1), January 1951, pp. 1~17.

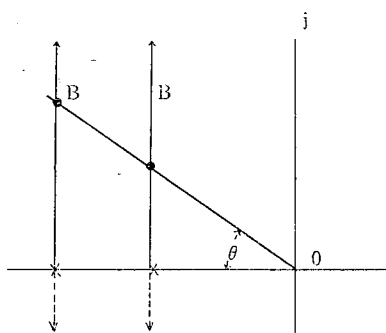
3. 制御工学的解析法の効用

経済学者と工学者における分析の方法上での相違点はかなり認められるのである。工学者は連続函数の概念に固執して、時間函数の微分方程式を用い、正弦波状の成分に分けて解析する。これに対して、経済学者は有限差方程式、時系列および統計的概念で公式化する。両者はそれぞれ異った方法を採用しているが、それ相応の理由があるからである。しかし、制御工学で普通、用いられている手段はそのまま今までの方法よりすぐれているとはいえないまでも、有用な補助手段として、その代用をつとめることは疑問の余地がなからう。

まず経済モデルの設定であるが、これは単に純理論経済学の一部を構成するばかりでなく、過去の経済循環論の計量的展開と将来の安定的調整に対しツールの形成にはたす役割の重要性は論述するまでもない。そこに導入される「制御の理論」は、今日の科学において欠くことのできない学問上の一分野を形成している。ことに安定や、有害な振動を除去するという問題では画期的な成果が期待できるのである。

本稿では、まず経済循環モデルの設定にあたり二次系の乗数—加速度モデルを仮定した。実際の経済のメカニズムは複雑多岐で、より高次系の非線型であることは第1章で断ったごとくであるが、分析の都合上、モデルを簡略化した線型性に限定しているが、制御工学的解析法は他の方法では到底説明がおぼつかないほどの錯綜した非線型性の現象の把握に役立つことができる。

第2章で行なったブロック線図表示は、理論構造の筋道を知る上に便利である。それは幾何図型で理論モデルを説明すると同じように叙述上および数式上の表現形式の煩鎖を回避しうる。また各々のモデルの比較検討が容易であり、それに対するモデルの拡充および精緻化に特に威力を示すのである。さらに経済メカニズムに要求される最も重要な性質の「安定度」の判別上、有用な手段を提供するものである。第1図の二次系のベクトル軌跡は第11図に示される。



第11図 Bパラメーターを変化した場合のベクトル軌跡

$$\frac{i_3}{i_1} = G(p) = \frac{1}{Ap^2 + Bp + 1}$$

$$\text{但し } A = T_1 T_2, B = T_1 + T_2 + T_{12}$$

$$G(p) = \text{伝達函数周波数 (伝達函数 } G(j\omega))$$

システムが安定であるためには $1/Ap^2 + Bp + 1$ のベクトル軌跡が j 軸を切らないこと。パラメーター B の意味することは B の値が $0 < B$ であれば安定であり、 $0 \leq B$ ならば安定性を強める。

$$\text{位相角は } \phi = \cos^{-1} \theta$$

さらに安定条件の判定基準の結果から、経済系の安定度を高めるべき、積極的な現実的妥当性の検証手段を求める場合に、制御工学

的解析法がその偉力を発揮するものと確信する。本稿を結ぶにあたって、制御工学と経済学の交流によって、この分野におけるより一層の進歩発展を祈願するものである。